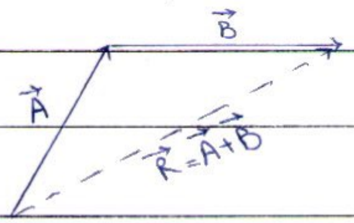
فیزیک به زبان ساده — **مؤلف:**

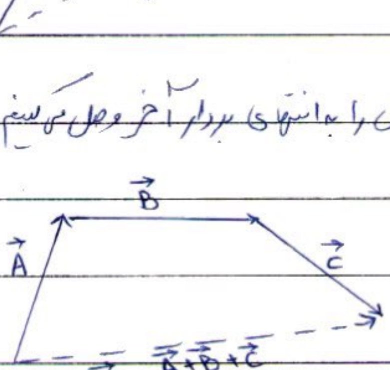
موضوع: ......جمع بردارها......... — **مهرداد شاه محمدی**

۱) رسم بردار برآیند

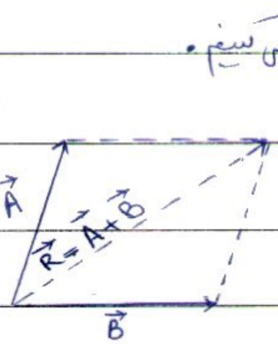
الف: روش مثلث: این روش هنگامی به کار می‌رود که ابتدای یک بردار در انتهای بردار دیگر قرار گرفته باشد؛ برای رسم بردار برآیند ابتدای بردار اول را به انتهای بردار دوم وصل می‌کنیم.



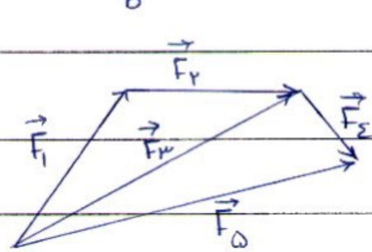
✓ اگر چندین بردار پشت سرهم قرار گیرند، برای رسم بردار برآیند ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل می‌کنیم.



ب: روش متوازی الاضلاع: این روش هنگامی به کار می‌رود که ابتدای دو بردار از یک نقطه رسم شده باشند؛ برای رسم بردار برآیند از دو بردار یک متوازی الاضلاع می‌سازیم و قطر آن را رسم می‌کنیم.



ت۱: در شکل روبه‌رو حاصل $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4+\vec{F}_5$ کدام است؟



۱) صفر

۲) $\vec{F}_3+2\vec{F}_5$

۳) $\vec{F}_3+\vec{F}_5$

۴) $\vec{F}_3$

۲) اندازه برآیند دو بردار:

اگر دو بردار با اندازه‌های A و B با هم زاویه α بسازند، برآیند آنها از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$R=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\alpha}$$

ت۲: برآیند دو بردار با اندازه‌های ۵ و ۱۰ که با هم زاویه ۱۲۰ درجه می‌سازند، کدام است؟ (سراسری تجربی ۹۲)

۱) $5\sqrt{2}$ ۳) $7.5\sqrt{2}$

۲) $5\sqrt{3}$ ۴) $7.5\sqrt{3}$

حالت خاص:

$$\vec{A}\perp\vec{B} \Rightarrow R=\sqrt{A^2+B^2}$$

$$A=B \Rightarrow R=2A\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

از رابطه دوم تنها زمانی می‌توان استفاده کرد که ($\frac{\alpha}{2}$) زاویه‌ای باشد که مقدار کسینوس آن را بدانیم.

ت۳: اندازه برآیند دو بردار هم اندازه $\sqrt{3}$ برابر اندازه هرکدام از بردارها است؛ زاویه بین دو بردار چند درجه است؟

۱) 30° ۳) 60°

۲) 45° ۴) 120°

با توجه به فرمول اصلی برآیند اگر اندازه دو بردار ثابت باشد و زاویه بین آنها از صفر تا ۱۸۰ تغییر دهیم بردار برآیند از حداکثر مقدار خود ($R_{max}=A+B$) به ازای $\alpha=0$ تا کمینه مقدار خود ($R_{min}=|A-B|$) به ازای $\alpha=180^\circ$ تغییر می‌کند.

$$|A-B|\leq R\leq A+B$$

ت۴: برآیند دو بردار با اندازه‌های ۳ و ۵ کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۱) ۶ ۳) ۵

۲) ۸ ۴) ۱

مؤلف:

مهرداد شاه محمدی

موضوع: جمع بردارها

T_5: برآیند کدام دسته از بردارها می‌تواند صفر باشد؟

۱) ۷، ۴، ۳ ۳) ۶، ۲، ۱

۲) ۴، ۶، ۳ ۴) ۲، ۶، ۲

برآیند سه بردار هم‌راستا: $A-B-C \le R \le A+B+C$ است؛ اگر $A-B-C$ منفی شد مقدار آن صفر قرار می‌دهیم.

T_6: برآیند دو بردار A و B بر بردار A عمود بوده و $\sqrt{3}$ برابر آن است، حاصل $\frac{|\vec{A}|}{|\vec{B}|}$ کدام است؟

۱) ۲ ۳) ۴

۲) ۰٫۵ ۴) ۰٫۲۵

T_7: اگر $F_1=F_2=F_3=10$ و $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=0$ باشد؛ حاصل $|\vec{F}_1-\vec{F}_2+\vec{F}_3|$ کدام است؟

۱) صفر ۳) ۱۰

۲) ۵ ۴) ۲۰

اگر چند بردار هم‌اندازه طوری در صفحه قرار بگیرند که زوایایی که با یکدیگر می‌سازند با هم برابر باشد، برآیند آنها صفر می‌شود.

اگر چند بردار در صفحه باشند باید برآیند آنها را دو به دو بدست آوریم تا در نهایت به برآیند نهایی برسیم.

T_8: در شکل زیر اندازه بردار برآیند کدام است؟

۱) ۱۰ ۳) $10\sqrt{2}$

۲) ۲۰ ۴) $20\sqrt{2}$

در برخی از تست‌ها باید بردارها را به دو دسته تقسیم کرده و برآیند هر دسته را جداگانه بدست آورده و در نهایت برآیند دو دسته را با هم جمع کنیم.

T_9: برآیند سه بردار با اندازه‌های ۵، ۱۰ و ۱۵ که دو به دو با هم زاویه ۱۲۰° می‌سازند کدام است؟

۱) صفر ۳) $5\sqrt{3}$

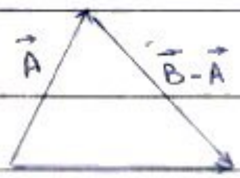
۲) ۵ ۴) ۱۰

مؤلف:

مهرداد شاه محمدی

* تفاضل بردارها:

رسم بردار تفاضل: برای رسم بردار تفاضل انتهای دو بردار را به هم وصل کرده و جهت بردار را به سمت بردار اول در نظر می‌گیریم.



اندازه بردار تفاضل:

اگر دو بردار به اندازه‌های A و B با هم زاویه α بسازند، تفاضل آنها از فرمول زیر بدست می‌آید:

$$C=\sqrt{A^2+B^2-2AB\cos\alpha}$$

حالات خاص:

$$\vec{A}\perp\vec{B} \Rightarrow C=R=\sqrt{A^2+B^2}$$

$$A=B \Rightarrow C=2A\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

با توجه به فرمول اصلی برآیند اگر اندازه دو بردار ثابت باشد و زاویه بین آنها از صفر تا ۱۸۰ درجه تغییر دهیم، تفاضل از کمینه مقدار خود ($C_{min}=|A-B|$) به ازای $\alpha=0$ تا ماکزیمم مقدار خود ($C_{max}=A+B$) به ازای $\alpha=180^\circ$ تغییر می‌کند.

$$|A-B|\leq C\leq A+B$$

اگر دو بردار هم اندازه باشند، بردار برآیند و تفاضل آنها بر هم عمود خواهند بود، در این حالت برآیند و تفاضل قطرهای لوزی می‌شوند.

مؤلف:

مهرداد شاه محمدی

پاسخ تست‌ها:

:T_1

همانطور که در شکل می‌بینیم: $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_4=\vec{F}_5$ است؛ بنابراین ⇐ $\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4+\vec{F}_5=\vec{F}_3+2\vec{F}_5$

:T_2

$$R=\sqrt{5^2+10^2+2\times5\times10\times\cos120^\circ}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$$

:T_3

$$R=2A\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\xrightarrow{R=\sqrt{3}A}\sqrt{3}A=2A\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\rightarrow\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}\rightarrow\frac{\alpha}{2}=30^\circ\rightarrow\alpha=60^\circ$$

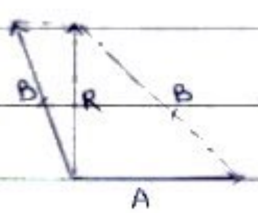
:T_4

برآیند دو بردار بین مجموع و تفاضل آنها است؛ تنها گزینه ۴ این ویژگی را ندارد.

:T_5

برای اینکه برآیند سه بردار صفر شود باید هر برداری بین مجموع و تفاضل دو بردار دیگر قرار گیرد؛ پس گزینه ۲ صحیح است.
چون هر برداری از آن را در نظر بگیریم بین مجموع و تفاضل دو بردار دیگر قرار می‌گیرد.

:T_6



با توجه به شکل: $B=\sqrt{A^2+R^2}\xrightarrow{R=\sqrt{3}A}B=\sqrt{A^2+3A^2}=2A\rightarrow\frac{A}{B}=0.5$

ادامه پاسخ تست‌ها:

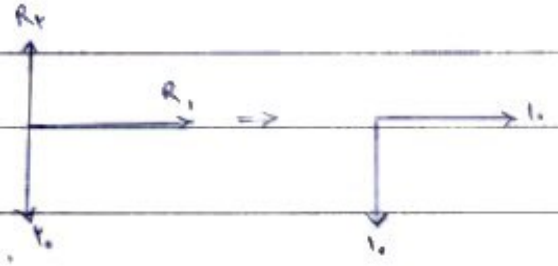
T_7:

$\vec F_1+\vec F_2+\vec F_3=0 \rightarrow \vec F_1+\vec F_2=-\vec F_3 \Rightarrow |\vec F_1-\vec F_2+\vec F_3|=|-2\vec F_3|=20$

T_8:

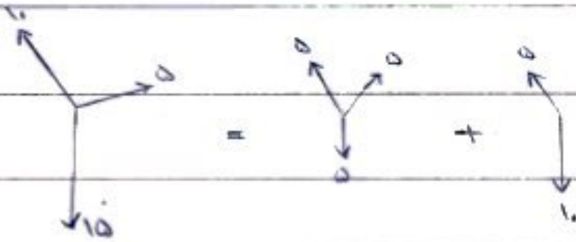
ابتدا برآیند دو بردار هم راستای ۳۰ و ۲۰ برابر است با $R_1=10$ و برآیند دو بردار ۱۰ و ۱۰ هم اندازه نیز برابر است با

($R_2=2\times10\times\cos(\frac{120}{2})=10$) بنابراین:



$\Rightarrow R_T=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt2$

T_9:



$R_T = R_1 + R_2$

$\Rightarrow R_T = 0 + 5\sqrt3 = 5\sqrt3$

(موفق باشید)

آدرس وبلاگ: www.FizikBerger.Blogfa.com

آدرس کانال تلگرام: Telegram.me/FizikBerger